

求

表

捷

術

外切密率卷之四

割綫求本弧

術曰先求各率分子爲遞次乘法 置單一兩次一
乘得一爲數根復置單一三四遞乘之折半又一除
一乘得六爲初減數數根減初減得五爲第一乘法
置前數根兩次二乘得四爲數根復置前數根五
六遞乘之折半又一除二乘得三十爲初減數置前
初減五六遞乘之折半又二除二乘得九十爲次減
數數根減初減得二十六再減次減得六十四爲第
二乘法 置前數根兩次三乘得三十六爲數根復
置前數根七八遞乘之折半又一除三乘得三百三

六爲初減數置前初減七八遞乘之折半又二除三
乘得一千二百六十爲次減數置前次減七八遞乘
之折半又三除三乘得二千五百二十爲三減數數
根減初減得三百再減次減得九百六十再減三減
得一千五百六十爲第三乘法 置前數根兩次四
乘得五百七十六爲數根復置前數根九十遞乘之
折半又一除四乘得六千四百八十爲初減數置前
初減九十遞乘之折半又二除四乘得三萬〇二百
四十爲次減數置前次減九十遞乘之折半又三除
四乘得七萬五千六百爲三減數置前三減九十遞
乘之折半又四除四乘得十一萬三千四百爲四減

數數根減初減得五千九百〇四再減次減得二萬

四千三百三十六再減三減得五萬一千二百六十

四再減四減得六萬二千一百三十六爲第四乘法

凡求數根以一二三等數兩次乘之其求各減數先

用奇耦二數乘之而折半如第一乘法三四乘之折半第二乘去五六乘之折

半再用一二三等數挨減數遞加除之如第四乘法初減又一乘除

次減又二除又一二三等數挨乘法遞加乘之如第三乘

法通三乘第四其各減則生于前各減而降一等如

二乘法初減生于前數乘法降一位則多一減如是

遞求得各率分子卽爲遞次乘法術中乘除多有可省美者以明遞求

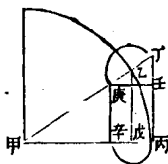
之例故不省

乃以割線內減半徑爲割線半徑差倍之爲倍差爲
第一數正 次以半徑爲連比例一率倍差爲三率
置第一數以三率乘之一率除之得五率三四遞除
之爲七率用數第一乘法乘之爲第二數負 置七
率用數以三率乘之一率除之得七率五六遞除之
爲九率用數第二乘法乘之爲第三數正 置九率
用數以三率乘之一率除之得九率七八遞除之爲
十一率用數第三乘法乘之爲第四數負 置十一
率用數以三率乘之一率除之得十一率九十遞除
之爲十三率用數第四乘法乘之爲第五數正 凡
奇數爲正耦數爲負如是遞求至單位下乃併諸正

數以併諸負數減之所得爲以半徑爲一率本弧爲二率之三率與半徑相乘平方開之得本弧

解曰割線求本弧依還原之法當取本弧求割線半徑差率分倍之命爲連比例三率以半徑爲一率依法求得五七九等率復取本弧求割線半徑差率分加減之卽可得割線半徑差求本弧率分惟分子之所由來究不可見是以取割線半徑差倍之爲倍差命爲三率半徑爲一率先求倍矢然後置倍差求倍矢率分命爲三率半徑爲一率依法遞求五七九各率再取倍矢求弧背各率分數以倍差求倍矢率分變易之卽得倍差求本弧各

率分數而分子之所由來乃顯然而可見矣



如圖乙丙爲本弧甲丁爲本弧割線
乙丁爲割線半徑差庚丁爲倍差戊
丙爲本弧正矢辛丙爲倍矢庚壬同
甲丙爲半徑法以甲丁割綫大弦比
甲丙半徑大股若庚丁倍差小弦與辛丙卽庚壬
倍矢小股

一率 大弦 割線一率一又三率二分之一

二率 大股 一率半徑

三率 小弦 三率倍差

四率 小股 倍差求倍矢率分

如圖先以倍差三率乘半徑一率得第一層一率

	乘三	乘五	乘七	乘九	乘十一
初商實	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
次商實	〇	二一	〇〇	〇〇	〇〇
三商實		二一	二二	〇〇	〇〇
四商實		二二	二二	二二	〇〇
五商實		二二	二二	二二	二二

乘三率一爲初商實其割線命爲一率一又三率二分之一爲除法以其首位約初商實得三率一卽爲初商以乘除法得二層一率乘三率一又一率乘五率二分之一以減原實得三層少一率乘五率二分之一爲次商實以除法首

位約之得少五率二分之一卽爲次商以乘除法
得四層少一率乘五率二分之一少一率乘七率
兩次二分卽二分分之一以減原實得五層一率乘
七率兩次二分之一爲三商實以除法首位約之
得七率兩次二分之一卽爲三商以乘法得六
層一率乘七率兩次二分之一又一率乘九率三
次二分之一以減原實得七層少一率乘九率三
次二分之一爲四商實以除法首位約之得少九
率三次二分之一卽爲四商以乘法得八層少
一率乘九率三次二分之一少一率乘十一率四
次二分之一以減原實得九層一率乘十一率四

次二分之一以爲五商實以除法首位約之得十
一率四次二分之一卽爲五商以乘除法得十層
一率乘十一率四次二分之一以減原實卻盡通
計得倍差求倍矢率分三率一少五率二分之一
多七率兩次二分之一少九率三次二分之一多

倍差十一

率二

十一率四次二分之一也

倍差九

率二

于是取倍差求倍矢率分卽命爲倍矢三率

倍差七

率二

自乘半徑一率除之得倍差五率一少倍差

倍差五

率二

七率二分之二多倍差九率兩次二分之三

倍差三

率二

少倍差十一率三次二分之四爲倍矢五率
以乘倍矢三率半徑一率除之得倍差七率

倍差三

率二

二冊下倍差二冊

○倍差九○

倍差九○

○倍差十一○

倍差十一○

四等數爲三次遞加數則十一率之一
亦必爲四次遞加數之第一數凡第四
次遞加數之遞求各數係用中間三數
之兩數一除一乘加取第一數之一以
一除五乘得第二數
之五再加二除六乘得第三數之十其
五圖止十一率故遞加之率未顯
三次遞加數之遞求各數則用中間二
數之兩數一除一乘中間二數如一
與四二與五其二次遞加
數之遞求各數則用中間一數之兩數一除一乘
其遞加數則用相連兩數一除一乘其遞加數根
則就一數一除一乘雖一數乘除本可省筭而其
理則然也

如圖取倍差求倍矢三率各分子斜列之為第一列其三率分子起單一以一除一乘仍得一為五

率分子二除二乘仍得一為七率分子三除三乘仍得一為九率分

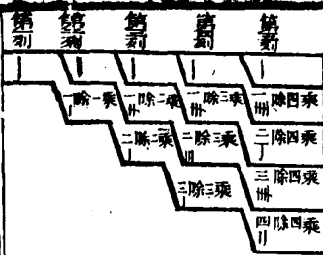
子四除四乘仍得一為十一率分子此所謂就一乘復取倍矢五率斜

列之為第二列其五率起單一除二乘得二為七率分子二除三

乘得三為九率分子三除四乘得四為十一率分子此所謂相連兩

又取倍矢七率斜列之為第三列

第一列 第二列 第三列 第四列 第五列



其七率分子起單一除三乘得

三爲九率分子二除四乘得六爲十一率分子

此

謂中間一數之又取倍矢九率斜列之爲第四列

兩數一除一乘之其九率分子起單一除四乘得四爲十一率分

子此所謂中間二數又取倍矢十一率補列之爲

第五列其十一率亦起單一其全圖逐率乘除之

例均秩然而不紊然後取倍矢求弧背率分變易

之茲依泰西杜氏演得倍矢求弧背各率分數爲

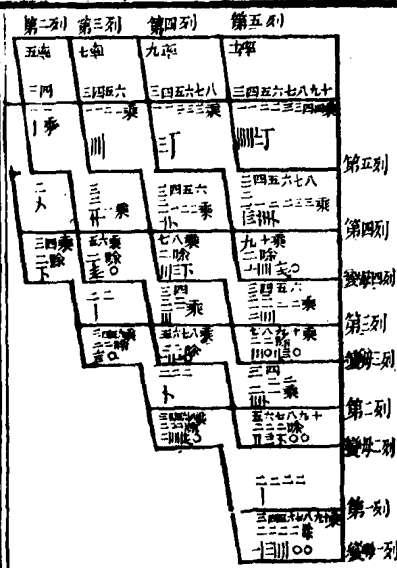
三率一又五率三四分之一自乘又七率三四

五六分之四與一又九率自三至八分之三

十六與一又十一率自三至十分之五百

七十六二一與一四一四迭乘

推演割線求本弧總圖



卅	卌	卍	卐
卌	卍	卐	协
卍	华	协	卐
华	协	卐	卑

第一列

三

〇

〇

〇

如圖先以倍矢求弧背分母列于上爲定母次視
倍矢求弧背率分之三率爲單一乃取倍差求倍
矢三率率分爲三率一少五率二分之一多七率
兩次二分之一一少九率三次二分之一多十一率
四次二分之一卽命爲倍矢求弧背之三率斜列
之爲第一列次視其各率分母使從定母五率之
定母係三四分而第一列之五率分母係二分應
以三四乘之二除之使從定母七率定母係三四
五六分而第一列之七率係兩次二分應以三四
五六乘之兩次二除之九率定母係自三至八分

第一列

三率 〇	五率 三四	七率 三四五六	九率 三四五六七八	十率 三四五六七八九十
---------	----------	------------	--------------	----------------

二
三
三
下
乘除

二
三
三
五
六
乘除

二
三
三
四
五
六
七
八
乘除

二
三
三
三
三
三
三
三
乘除
卅〇〇

第一列之九率
係三次二分應
以自二至八乘
之三次二除之
十一率定母係
自三至十分第
一列之十一率
係四次二分應
以自三至十乘
之四次二除之
通計乘除得倍

差三率一少五率三四分之六多七率三四五六分之九十少九率自二至八分之二千五百二十多十一率自三至十分之十一萬三千四百爲變母一列

次視倍矢求弧背之五率其分母爲三四其分子爲一自乘乘單一乃取倍差求倍矢五率率分五率一少七率二分之二多九率兩次二分之三少十一率三次二分之四以倍矢求弧背五率三四分之七乘之得倍差五率三四分之一少七率三四分又二分之二多九率三四分又兩次二分之三少十一率三四分又三次二分之四卽命爲倍

矢求弧背五率斜列之爲第二列應使從定母其

十率 三四五六七八九十	九率 三四五六七八	七率 三四五六	五率 三四
二乘 三二一	八乘 五六七	六乘 四三二	四乘 三二一
九除 三二一	七除 二二一	五除 一一一	三除 一一一

十一率 三四五六七八九十	十率 三四五六七八	九率 三四五六	八率 三四
三乘 三二一	二乘 二二一	一乘 一一一	除 一一一

第二列

五率 三四	四率 三二	三率 二一
乘 三二一	乘 二二一	乘 一一一
除 三二一	除 二二一	除 一一一

係自三至八分第二列

之九率分母係三四分又兩次二分應以五六七八乘之又兩次二除之其十一率定母係自三至

五列之分母與定母同其七率定母係三四五六分第二列之七率分母係三四分又二分應以五六乘之二除之其九率定母

十分第二列之十一率分母係三四分又三次二分應以自五至十乘之又三次二除之通計乘除得倍差五率三四分之四少七率三四五六分之三十多九率自三至八分之一千二百六十少十一率自三至十分之七萬五千六百爲變母二列次視倍矢求弧背之七率其分母爲三四五六分其分子爲一與一一二迭乘乃取倍差求倍矢七率率分七率一少九率二分之三多十一率兩次二分之六以倍矢求弧背之七率三四五六分之四乘之得倍差七率三四五六分之四少九率三四五六分又二分之十二多十一率三四五六

第三列

七 三	率 四	一 一	二 二	乘	九 三	率 四	五 五	六 六	七 七	八 八	十 三	率 四	五 五	六 六	七 七	八 八	九 九	十 十
					三 四 五 六													
					二 一 一 二													
					七 八													
					二 除													
					昨													
					三 四 五 六													
					三 川													
					七 八 九													
					二 除													
					三 川													

分又兩次二分之二十四命
 為倍矢求弧背七率斜列之
 為第三列應使從定母其七
 率之分母與定母同其九率
 定母係自三至八分第三列
 之九率分母係三四五六分
 又二分應以七八乘之二除
 之其十一率定母係自三至
 十分第三列之十一率分母係三四五六分又兩
 次二分應以七八九十乘之又兩次二除之通計
 乘除得倍差七率三四五六分之四少九率自三

至八分之三百三十六多十一率自三至十分之

三萬○二百四十爲變母三列

次視倍矢求弧背之九率其分母爲自三至八分

其分子爲一與一一二二三三迭乘

乃取倍差求倍矢九率率分九率一

少十一率二分之四以倍矢求弧背

之九率自三至八分之三十六乘之

得倍差九率自三至八分之三十六

少十一率自三至八分又二分之一

百四十四命爲倍矢求弧背九率斜列之爲第四

列應使從定母其九率之分母與定母同其十一

第四列

九率
三四五六七八

二二三三乘

三丁

十率
三四五六七八九十

三四五六七八

二二三三乘

三三乘

九除

三

率定母係自三至十分其第四列之十一率分母
係自三至八分又二分應以九十乘之二除之通
計乘除得倍差九率自三至八分之三十六少十
一率自三至八分之六千四百八十爲變母四列
次視倍矢求弧背之十一率其分母爲自三至十
分其分子爲一與一一二二三三四四迭乘乃取
倍差求倍矢十一率率分十一率一以倍矢
求弧背十一率自三至十分之五百七十六
乘之得倍差十一率自三至十分之五百
七十六命爲倍矢求弧背十一率其分母與
定母同無須變母

第十 五季	第九 四乘	第八 三三	第七 三三	第六 二二	第五 二二	第四 一一	第三 一一	第二 一一	第一 一一
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

第一層分子數	三率	五率	七率	九率	十一率
第二層分子數	1	1	1	1	1
第三層分子數	1	1	1	1	1
第四層分子數	1	1	1	1	1
第五層分子數	1	1	1	1	1
第六層分子數	1	1	1	1	1
第七層分子數	1	1	1	1	1
第八層分子數	1	1	1	1	1
第九層分子數	1	1	1	1	1
第十層分子數	1	1	1	1	1
第十一層分子數	1	1	1	1	1
第十二層分子數	1	1	1	1	1
第十三層分子數	1	1	1	1	1
第十四層分子數	1	1	1	1	1
第十五層分子數	1	1	1	1	1
第十六層分子數	1	1	1	1	1
第十七層分子數	1	1	1	1	1
第十八層分子數	1	1	1	1	1
第十九層分子數	1	1	1	1	1
第二十層分子數	1	1	1	1	1
第二十一層分子數	1	1	1	1	1
第二十二層分子數	1	1	1	1	1
第二十三層分子數	1	1	1	1	1
第二十四層分子數	1	1	1	1	1
第二十五層分子數	1	1	1	1	1
第二十六層分子數	1	1	1	1	1
第二十七層分子數	1	1	1	1	1
第二十八層分子數	1	1	1	1	1
第二十九層分子數	1	1	1	1	1
第三十層分子數	1	1	1	1	1
第三十一層分子數	1	1	1	1	1
第三十二層分子數	1	1	1	1	1
第三十三層分子數	1	1	1	1	1
第三十四層分子數	1	1	1	1	1
第三十五層分子數	1	1	1	1	1
第三十六層分子數	1	1	1	1	1
第三十七層分子數	1	1	1	1	1
第三十八層分子數	1	1	1	1	1
第三十九層分子數	1	1	1	1	1
第四十層分子數	1	1	1	1	1
第四十一層分子數	1	1	1	1	1
第四十二層分子數	1	1	1	1	1
第四十三層分子數	1	1	1	1	1
第四十四層分子數	1	1	1	1	1
第四十五層分子數	1	1	1	1	1
第四十六層分子數	1	1	1	1	1
第四十七層分子數	1	1	1	1	1
第四十八層分子數	1	1	1	1	1
第四十九層分子數	1	1	1	1	1
第五十層分子數	1	1	1	1	1
第五十一層分子數	1	1	1	1	1
第五十二層分子數	1	1	1	1	1
第五十三層分子數	1	1	1	1	1
第五十四層分子數	1	1	1	1	1
第五十五層分子數	1	1	1	1	1
第五十六層分子數	1	1	1	1	1
第五十七層分子數	1	1	1	1	1
第五十八層分子數	1	1	1	1	1
第五十九層分子數	1	1	1	1	1
第六十層分子數	1	1	1	1	1
第六十一層分子數	1	1	1	1	1
第六十二層分子數	1	1	1	1	1
第六十三層分子數	1	1	1	1	1
第六十四層分子數	1	1	1	1	1
第六十五層分子數	1	1	1	1	1
第六十六層分子數	1	1	1	1	1
第六十七層分子數	1	1	1	1	1
第六十八層分子數	1	1	1	1	1
第六十九層分子數	1	1	1	1	1
第七十層分子數	1	1	1	1	1
第七十一層分子數	1	1	1	1	1
第七十二層分子數	1	1	1	1	1
第七十三層分子數	1	1	1	1	1
第七十四層分子數	1	1	1	1	1
第七十五層分子數	1	1	1	1	1
第七十六層分子數	1	1	1	1	1
第七十七層分子數	1	1	1	1	1
第七十八層分子數	1	1	1	1	1
第七十九層分子數	1	1	1	1	1
第八十層分子數	1	1	1	1	1
第八十一層分子數	1	1	1	1	1
第八十二層分子數	1	1	1	1	1
第八十三層分子數	1	1	1	1	1
第八十四層分子數	1	1	1	1	1
第八十五層分子數	1	1	1	1	1
第八十六層分子數	1	1	1	1	1
第八十七層分子數	1	1	1	1	1
第八十八層分子數	1	1	1	1	1
第八十九層分子數	1	1	1	1	1
第九十層分子數	1	1	1	1	1
第九十一層分子數	1	1	1	1	1
第九十二層分子數	1	1	1	1	1
第九十三層分子數	1	1	1	1	1
第九十四層分子數	1	1	1	1	1
第九十五層分子數	1	1	1	1	1
第九十六層分子數	1	1	1	1	1
第九十七層分子數	1	1	1	1	1
第九十八層分子數	1	1	1	1	1
第九十九層分子數	1	1	1	1	1
第一百層分子數	1	1	1	1	1

于是各率分子相併其第一層分子
 三率一又五率一又七率四又九率
 三十六又十一率五百七十六均為
 正數其第二層分子五率六七率三
 十九率三百三十六十一率六千四
 百八十均為負數正負異名應以減
 為并計減得分子三率一少五率五
 少七率二十六少九率三百少十一
 率五千九百〇四為第一并數其自
 五率以下均屬負數其第三層七率
 九十九率一千二百六十一率三

萬○二百四十均爲正數仍當以減爲并計減得
分子三率一少五率五多七率六十四多九率九
百六十多十一率二萬四千三百三十六爲第二
并數其自七率以下均爲正數其第四層分子九
率二千五百二十十一率七萬五千六百均爲負
數仍當用減計減得分子三率一少五率四多七
率六十四少九率一千五百六十少十一率五萬
一千二百六十四爲第三并數其自九率以下均
爲負數其第五層十一率分子十一萬三千五百
爲正數仍當用減計減得三率一少五率五多七
率六十四少九率一千五百六十多十一率六萬

二千一百三十六爲第四并數通計求得倍差求
本弧各率分數爲三率一少五率三四分之五多
七率三四五六分之六十四少九率自三至八分
之一千五百六十少十一率自三至十分之六萬
二千一百三十六也

細審倍差求本弧率分其分母與倍矢求弧背同
是其逐率除法自三四而五六亦與倍矢求弧背
同于是審其分子之由來由前圖變爲又圖其逐
率首層爲數根而三率分子單一爲諸數之所起
其第一數根爲一與一一乘第二數根爲一一二
二迭乘是取第一數以二二乘之卽第二數根也

數根	一	二乘 一	三乘 二	四乘 三	五乘 四
初減數		二乘 一除	三乘 二除	四乘 三除	五乘 四除
初減數			三乘 二除	四乘 三除	五乘 四除
三減數				四乘 三除	五乘 四除
四減數					五乘 四除

第三數根爲一與一一二二
 三三迭乘是以第二數根三
 三乘之卽第三數根也第四
 數根爲一與一一二二二三
 四四迭乘是以第三數根四
 四乘之卽第四數根也復斜
 視其第一各減數爲遞加數
 之根而首位卽三率分子之
 一第一初減爲遞加數根之
 第二位其乘爲三四乘除爲
 二除是取三率分子之單一

卽遞加數
根首位 用遞加數根第一數求第二數之法一

除一乘然後三四乘之二除之卽第一初減也第
第一次減爲遞加數根之第三位爲三四五六乘
又兩次二除以較第一初減多五六乘及二除是
取第一初減用遞加數根第二數求第三數之法
二除二乘然後五六乘之二除之卽第一次減也
第一三減爲遞加數根之第四位爲自三至八乘
又三次二除以較第一次減多七八乘及二除是
取第一次減用遞加數根第三數求第四數之法
三除三乘然後七八乘之二除之卽第一三減也
其第一四減爲遞加數根之第五位爲自三至十

乘又四次二除以較第一三減多九十乘又二除
是取第一三減先用遞加數根第四數求第五數
之法五除五乘然後九十乘之二除之卽第一四
減也復斜視其第二各減數爲遞加數而首位卽
第一數根第二初減爲遞加數之第二位其乘爲
一一乘又五六乘其除爲二除以較第一數根其
一一乘同惟多五六乘及二除是取第一數根用
遞加數第一數求第二數之法一除二乘又五六
乘之二除之卽第二初減也其第二次減爲遞加
數第三位用一一乘又五六七八乘又兩次二除
以較第二初減多七八乘又二除是第二初減用

遞加數求第三數之法二除三乘然後七八乘之
二除之卽第二次減也其第二三減爲遞加數第
四位用一一乘又自五至十乘又三次二除以較
第二次減多九十乘及二除是取第二次減用遞
加求第四數之法三除四乘然後九十乘之又二
除之卽第二三減也復斜視其第三各減數爲二
次遞加數而首位卽第二數根第三初減爲二次
遞加數之第二位用一一二二迭乘又七八乘又
二除較第二數根其迭乘數同惟多七八乘又二
除是以第二數根用二次遞加數求第二數之法
一除三乘然後七八乘之又二除之卽第三初減

也其第三次減爲二次遞加數之第三位亦一一
二二迭乘又七八九十乘又兩次二除以較第三
初減多九十乘又二除是以第三初減用二次遞
加數求第三數之法二除四乘然後九十乘之又
二除之卽第三次減也其第四初減爲三次遞加
數之第二位而首位卽第三數根第四初減用一
一二二二三三迭乘又九十乘二除以較第三數根
其迭乘數亦同惟多九十乘及二除是取第三數
根用三次遞加數求第二數之法一除四乘然後
九十乘之又二除之卽第四初減也

復由諸圖變爲後圖第一層數根起單一爲三率

一乘 一	二乘 二 三	三乘 三 三	四乘 四 三
除四乘 三二除 下	除六乘 五二除 下	除八乘 七二除 下	除十乘 九二除 下
卅	二下 除六乘 五二除 下	卅 除八乘 七二除 下	卅 除十乘 九二除 下
	卅 除六乘 五二除 下	卅 除八乘 七二除 下	卅 除十乘 九二除 下
	卅 除六乘 五二除 下	卅 除八乘 七二除 下	卅 除十乘 九二除 下

分子加一一乘爲第一
 數根再加二二乘爲第
 二數根再加三三乘爲
 第三數根再加四四乘
 爲第四數根通計皆用
 一二三四等數自乘

爲乘法第二層初減數復置單一以一除一乘又
 三四乘二除爲第一初減置第一數根一除二乘
 又五六乘二除爲第二初減置第二數根一除三
 乘又七八乘二除爲第三初減置第三數根一除
 四乘又九十乘二除爲第四初減通計其乘除則

先用一除而乘亦自一而遞加次用三四乘而遞加又通加二除第三層減餘首位五爲五率分子卽第一乘法第四層次減數置第一初減二除二乘又五六乘二除爲第一次減置第二初減二除三乘又七八乘二除爲第二次減置第三初減二除四乘又九十乘二除爲第三次減通計其乘除則先用二除而乘亦起二而遞加次用五六乘而遞加而亦通加二除第五層減餘首位六十四爲七率分子卽第二乘法第六層三減數置第一次減三除三乘又七八乘二除爲第一三減置第二次減三除四乘又九十乘二除爲第二三減通計

其乘除則用三除而乘亦起三而遞加次用七八乘而遞加而通加二除第七層減餘首位一千五百六十爲九率分子卽第三乘法第八層四減數置第一三減四除四乘又九十乘二除卽第一四減計其乘除則先用四除而乘亦起四次起九十乘而亦加二除雖圖止十一率而其例可遞推也而第九層減餘首位六萬二千一百三十六爲十一率分子卽第四乘法細按數根及各減數其乘除之例秩然不紊則自十一率以下莫不皆然此割線用倍差求本弧立術之由也

111

割綫求餘弧

術曰先求各率分子爲遞次乘法 三乘單一以三
自乘乘之得二十七爲數根又三乘單一以一自乘
乘之又四五遞乘之二三遞除之得十爲初減數數
根減初減得十七爲第一乘法 置前數根以五自
乘乘之得六百七十五爲數根置前初減以三自乘
乘之又六七遞乘之四五遞除之得一百八十九爲
初減數置前乘法以一自乘乘之又六七遞乘之二
三遞除之得一百十九爲次減數數根減初減得四
百八十六再減次減得三百六十七爲第二乘法
五乘前數根以七自乘乘之得十六萬五千三百七十

五爲數根五乘前初減以五自乘乘之又八九遞乘
之六七遞除之得四萬○五百爲初減數五乘前次
減以三自乘乘之又八九遞乘之四五遞除之得一
萬九千二百七十八爲次減數五乘前乘法以一自
乘乘之又八九遞乘之二三遞除之得二萬二千○
二十爲三減數數根減初減得十二萬四千八百七
十五再減次減得十萬○五千五百九十七再減三
減得八萬三千五百七十七爲第三乘法 置前數
根以九自乘乘之得一千三百三十九萬五千三百
七十五爲數根置前初減以七自乘乘之又十與十
一遞乘之八九遞除之得三百○三萬一千八百七

十五爲初減數置前次減以五自乘乘之又十與十
一遞乘之六七遞除之得一百二十六萬二千二百
五十爲次減數置前三減以三自乘乘之又十與十
十一遞乘之四五遞除之得一百〇八萬九千九百
九十爲三減數置前乘法以一自乘乘之又十與十
一遞乘之二三遞除之得一百五十三萬二千二百
四十五爲四減數數根減初減得一十〇三十六萬
三千五百再減次減得九百十萬〇一千二百五十
再減三減得八百〇一萬一千二百六十再減四減
得六百四十七萬九千〇十五爲第四乘法 凡求
數根及各減先用各奇數自乘乘之而逐次乘法遞

加

如第一乘法起三自乘第二起五自乘

亦挨次減數遞降

如第二乘法初減用

三自乘次減用一自乘

次用耦奇二數乘而逐次乘法遞加亦

用耦奇二數除而挨次減數遞降又間位加奇數乘

如是遞求得各率分子卽爲遞次乘法

乃以餘割爲第一數正 次以餘割爲一率半徑爲

二率二率自乘一率除之得三率二三遞除之爲第

二數負 又以三率自乘二率除之得四率于是三

除第二數以四率乘之二率除之爲第五率四五遞

除之爲七率用數第一乘法乘之爲第三數負

置七率用數四率乘之二率除之爲第七率六七遞

除之爲九率用數第二乘法乘之爲第四數負 五

除九率用數四率乘之二率除之爲第九率八九遞
除之爲十一率用數第三乘法乘之爲第五數負
置十一率用數四率乘之二率除之爲十一率十與
十一遞除之爲十三率用數第四乘法乘之爲第六
數負 凡乘除之例同餘弧求割綫如是遞求至單
位下乃并諸負數減第一正數所得爲以半徑爲二
率餘弧爲三率之第一率以半徑自乘求得數除之
得餘弧以減象限得本弧

解曰割綫求餘弧若依切線求本弧還原之法而
分子之由來不可見夫餘弧之割綫與半徑與本
弧之正弦爲三率連比例則以半徑爲二率自乘

爲實正弦求本弧率分各降一率除之其所得亦
與用還原法同其一率卽爲割線而所得爲以半
徑爲二率餘弧爲三率之第一率與切線求餘弧
同既由一次除法則分子之由來可見今依泰西
杜氏演得降率正弦求本弧率分爲三率一又五
率二三分之一又七率二三四五分之九又九率
自二至七分之二百二十五又十一率自二至九
分之一萬一千〇二十五又十三率自二至十一
分之八十九萬三千〇二十五爲割綫求餘弧之
除法也

推演割綫求餘弧總圖

	一 ○	二 ○	三 ○	四 ○	五 ○	六 ○	七 ○	八 ○	九 ○	十 ○	十一 ○	十二 ○	十三 ○	十四 ○	十五 ○	十六 ○	十七 ○	十八 ○	十九 ○	二十 ○
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
商	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
實	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
法	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
層次商同母式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
七層三商實	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
層三商乘法式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
九層三商同母式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
十層四商實	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
十層四商乘法式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
三層四商同母式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
三層五商實	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
古層五商乘法式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
五層五商同母式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
六層六商實	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
七層六商乘法式	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十

七率
三四五六七

二至十一

分之二八十九萬三千〇二十五爲初商乘法式以減初商實得三層少三率乘

五率
三四五

三率

二三分之一少三率乘五率二三四五

三率
二〇

分之二

少三率乘七率自二至七分之二百

一率
一〇

二十五

少三率乘九率自二至九分之一萬

首商
一〇

一千〇

二十五少三率乘十一率自二至十

分之二

八十九萬

三千〇二十五爲次商實

次商

以下分子

多不受除故次商應添間位奇數

分母

自三率乘

五率以下應加三乘自三率乘九

率

以下再加

五乘通計求得如四層少三率乘三

率

二三分之一

少三率乘五率二

	三乘三率 二二	三乘五率 二三四五	三乘七率 二三四五六七	三乘九率 二三四五六七八九	三乘十一率 二三四五六七八九十
四層	卜	二下	三下	四下	五下
五層	二九	三三	四四	五五	六六
六層	〇	除乘 二四三	除乘 三六二	除乘 四八二	除乘 五九二
七層	〇	二下	三下	四下	五下

三四五分又三分之二十七少三
 率乘七率自二至七分又三分之
 六百七十五少三率乘九率自二
 至九分又三分又五分之十六萬
 五千三百七十五少三率乘十一
 率自二至十一分又三分又五分
 之一千三百三十九萬五千三百
 七十五爲添母次商實 置首位
 以除法首位三率一約之得少三
 率二三分之一卽爲次商以乘除
 法得五層少三率乘三率二三分

之一少三率乘五率二三分又二三分之一少三
率乘七率二三四五分又二三分之九少三率乘
九率自二至七分又二三分之二百二十五少三
率乘十一率自二至九分又二三分之一萬一千
○二十五爲次商乘法式應減次商實其少三率
乘三率二三分之一減盡其三率乘五率原實分
母係二三四五分又三分次商實分母係二三分
又二三分應以二三除之又四五乘之又三乘之
以同其母其三率乘七率原實分母係自二至七
分又三分乘法式係二三四五分又二三分應以
二三除之六七乘之又三乘之其三率乘九率原

實分母係自二至九分又三分又五分乘法式係
自二至七分又二三分應以二三除之八九乘之
又三乘五乘之其三率乘十一率原實分母係自
二至十一分又三分又五分乘法式係自二至九
分又二三分應以二三除之十與十一乘之又三
乘五乘之通計乘除得如六層少三率乘五率二
三四五分又三分之十少三率乘七率自二至七
分又三分之一百八十九少三率乘九率自二至
九分又三分又五分之四萬〇五百少三率乘十
一率自二至十一分又三分又五分之三百〇三
萬一千八百七十五爲次商同母式以減次商實

得七層少三率乘五率二三四五分又三分之十
七少三率乘七率自二至七分又三分之四百八
十六少三率乘九率自二至九分又三分又五分
之十二萬四千八百七十五少三率乘十一率自
二至十一分又三分又五分之一千〇三十六萬
三千五百爲三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三
分之十七以除法首位約之得少五率二三四五
分又三分之十七卽爲三商以乘法得八層少
三率乘五率二三四五分又三分之十七少三率
乘七率二三分又二三四五分又三分之十七少

三乘五率 二三四五	三乘七率 二三四五六七	三乘九率 二三四五六七八九	三乘十一率 二三四五六七八九十
二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五
二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五
二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五	二三四五 二三四五

三率乘九率二三四五分又二三
 四五分又三分之一百五十三少
 三率乘十一率自二至七分又二
 三四五分又三分之三十八百二
 十五為三商乘法式應減三商實
 其首位少三率乘五率二三四五
 分又三分之十七減盡其三率乘
 七率原實分母係自二至七分又
 三分乘法式係二三分又二三四
 五分又三分應以二三四五除之
 四五六七乘之以同其母其三率

乘九率原實分母係自二至九分又三分又五分
乘法式係二三四五分又二三四五分又三分應
以二三四五除之六七八九乘之又五乘之其三
率乘十一率原實分母係自二至十一分又三分
又五分乘法式係自二至七分又二三四五分又
三分應以二三四五除之八九十一乘之又五
乘之通計乘除得如九層少三率乘七率自二至
七分又三分之一百十九少三率乘九率自二至
九分又三分又五分之一萬九千二百七十八少
三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之
一百二十六萬二千二百五十爲三商同母式以

減三商實得十層少三率乘七率自二至七分又
三分之三百六十七少三率乘九率自二至九分
又三分又五分之十萬〇五千五百九十七少三
率乘十一率自二至十一分又三分又五分之九
百十萬〇一千二百五十爲四商實

置四商賓首位少三率乘七率自二至七分又三
分之三百六十七以除法首位約之得少七率自
二至七分又三分之三百六十七卽爲四商以乘
除法得十一層少三率乘七率自二至七分又三
分之三百六十七少三率乘九率自二至七分又自二
至七分又三分之三百六十七少三率乘十一率

一三四五分又自二至七分又三分之

三千三百〇三為四商乘法式應

減四商實其首位少三率乘七率

自二至七分又三分之三百六十

七減盡其三率乘九率原實分母

係自二至九分又三分又五分乘

法式係二三分又自二至七分又

三分應以自二至七除之自四至

九乘之又五乘之以同其母其三

率乘十一率原實分母係自二至

十一分又三分又五分乘法式係

十層	三乘七 率率 二三四五六七 川上下	三乘九 率率 二三四五六七八九 川上下	三乘五 率率 二三四五六七八九十 川上下
七層	二三四五六七 川上下	二三四五六七 川上下	二三四五六七 川上下
三層	〇	三三四五六七八九 川上下	三三四五六七八九十 川上下

三層 十一分又三分又五分乘法式係

二三四五分又自二至七分又三分應以自二至
七除之自六至十一乘之又五乘之通計乘除得
十二層少三率乘九率自二至九分又三分又五
分之二萬二千〇二十少三率乘十一率自二至
十一分又三分又五分之一百〇八萬九千九百
九十爲四商同母式以減四商實得十三層少三
率乘九率自二至九分又三分又五分之八萬三
千五百七十七少三率乘十一率自二至十一分
又三分又五分之八百〇一萬一千二百六十爲
五商實

置五商實首位三率乘九率自二至九分又三分

實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式
分母係二三分又自二至九分又三分又五分應
以自二至九除之自四至十一乘之以同其母計
乘除得十五層少三率乘十一率自二至十一分
又三分又五分之一百五十三萬二千二百四十
五爲五商同母式以減五商實得十六層少三率
乘十一率自二至十一分又三分又五分之六百
四十七萬九千〇十五爲六商實

置六商實以除法首位約之得少十一率自二至
十一分又三分又五分之六百四十七萬九千〇
十五卽爲六商以乘法得十七層少三率乘十

三	五	七	九	十	十
率	率	率	率	率	率
二	三	四	五	六	七
三	四	五	六	七	八
四	五	六	七	八	九
五	六	七	八	九	十
六	七	八	九	十	十
七	八	九	十	十	十
八	九	十	十	十	十
九	十	十	十	十	十
十	十	十	十	十	十

六層

七層

九	十	十	十	十	十	十	十	十	十
率	率	率	率	率	率	率	率	率	率
二	三	四	五	六	七	八	九	十	十
三	四	五	六	七	八	九	十	十	十
四	五	六	七	八	九	十	十	十	十
五	六	七	八	九	十	十	十	十	十
六	七	八	九	十	十	十	十	十	十
七	八	九	十	十	十	十	十	十	十
八	九	十	十	十	十	十	十	十	十
九	十	十	十	十	十	十	十	十	十

五商 六商

一率自二至十一分又三分又五分之
 六百四十七萬九千〇十五爲六商乘
 法式以減六商實御盡通計得割綫求
 餘弧爲三率之一率之一率其各率分
 數爲一率一少三率二三分之一少五
 率二三四五分又三分之十七少七率自二
 至七分又三分之三百六十七少九率自二
 至九分又三分又五分之八萬三千五百七
 十七少十一率自二至十一分又三分又五
 分之六百四十七萬九千〇十五也
 細審割綫求餘弧各率分數其分母與餘弧

七率
三三
三三

四商

五率
三三
三三

三商

三率
三三
三三

二商

一率
三三
三三

一商

九率
三三
三三

三商

七率
三三
三三

二商

五率
三三
三三

一商

三率
三三
三三

一商

一率
三三
三三

一商

求割綫同是其逐率除法亦與餘弧求割綫同于是審其分子之由來因此次以正弦求本弧率分爲除法其分子非盡單一當先審除法分子之由來蓋正弦求本弧分子爲以各奇數自乘而又逐率疊乘之數起于三率之單一其五率分子爲兩次一乘單一故仍爲一其七率分子爲一與一一三三疊乘之九其九率分子爲一與一一三三五五疊乘之二百二十五其十一率分子爲一與一一三三五五七七疊乘之一萬一千〇二十四其十三率分子爲一與一一三三五五七七九九疊乘之人

十四萬三千〇二十五于是由前圖添除法降
位加乘爲第二圖其添母次商實分子爲數根其
五率分子起一一三三疊乘又三乘是以三自乘
乘三乘單一卽第一數根也其七率分子爲一一
三三五五疊乘又三乘以較五率分子惟多五五
乘是以第一數根以五自乘乘之卽第二數根也
其九率分子爲一一三三五五七七疊乘又三乘
又五乘以較七率分子惟多七七乘又五乘是置
七率分子以七自乘乘之又五乘之卽第三數根
也其十一率分子爲一一三三五五七七九九疊

除乘
左

乘又三乘

夕七五云

九九乘 七七乘 五五乘 三三乘	九九乘 七七乘 五五乘 三三乘	九九乘 七七乘 五五乘 三三乘	九九乘 七七乘 五五乘 三三乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘 乘除乘

七七乘 五五乘 三三乘	七七乘 五五乘 三三乘	七七乘 五五乘 三三乘	七七乘 五五乘 三三乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘

五五乘 三三乘	五五乘 三三乘	五五乘 三三乘	五五乘 三三乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘

三三乘	三三乘	三三乘	三三乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘
乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘	乘除乘 乘除乘 乘除乘

次商實分子
同母式分子
減餘數
同母式分子
減餘數
同母式分子
減餘數
同母式分子
減餘數

又五乘以
較九率分
子惟多九
九乘是置
九率分子
以九自乘
乘之即第
四數根也
其初減起
單一五率
初減用一

數根 添母

初減數 次商

次減數 三商

三減數 四商

四減數 五商

一乘又二
三除四五

乘又三乘七率初減用一一三三乘又二三除六

七乘又三乘以較五率初減惟多三三乘及六七

乘少四五乘是置五率初減以三自乘乘之又四

五除之六七乘之卽七率初減也九乘初減一一

三三五五疊乘又二三除八九乘又三乘五乘以

較七率初減惟多五五乘及八九乘又五乘少六

七乘是置七率初減又五自乘乘之又六七除之

八九乘之又五乘之卽九率初減也其十一率初

減一一三三五七七疊乘又二三除十與十一

乘又三乘五乘以較九率初減惟多七七乘及十
與十一乘少八九乘是置九率初減以七自乘乘
之又八九除之十與十一乘之卽十一率初減也
而第一減餘卽爲五率分子其次減數皆根于五
率分子之十七其七率次減一一乘又二三四五
除四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六
七乘也九率次減一一三三乘又二三四五除六
七八九乘又五乘以較七率次減惟多三三乘及
八九乘又五乘少四五乘是置七率次減以三自
乘乘之又四五除之八九乘之又五乘之卽九率
次減也其十一率次減一一三三五五疊乘又二

三四五除八九十與十一乘又五乘以較九率次
減惟多五五乘及十與十一乘少六七乘是置九
率次減以五自乘乘之又六七除之十與十一乘
之卽十一率次減也而第一減餘卽爲七率分子
其三減數皆根于七率分子之三百六十七九率
三減一一乘又自二至七除自四至九乘又五乘
而四五六七乘除可相抵是二三除八九乘也十
一率三減一一三三疊乘又自二至七除自六至
十一乘又五乘以較九率三減惟多三三乘又十
與十一乘少四五乘是置九率三減以三自乘乘
之又四五除之十與十一乘之卽十一率三減也

而第一減餘卽爲九率分子其四減數根于九率
分子之八萬三千五百七十七其十一率四減一
一乘又自二至九除自四至十一乘而四五六七
八九乘除可相抵是二三除十與十一乘也而減
餘六百四十九萬八千〇十五卽爲十一率分子
復由前圖爲第三圖第一層爲添母次商實分子
卽數根置首位單一以一自乘乘之又三乘之爲
第一數根再以五自乘乘之爲第二數根再以七
自乘乘之又五乘之爲第三數根再以九自乘乘
之爲第四數根通計其乘法皆用奇數自乘乘之
又間位加一奇數乘而首位單一卽三率分子第

餘首位五率分子十七卽第一乘法第四層次減數以五率分子爲實以一自乘乘之又二三除六七乘爲第一次減再以三自乘乘之又四五除八九乘又五乘爲第二次減再以五自乘乘之又六七除十與十一乘爲第三次減通計其乘除亦先以各奇數自乘乘之次起二三除而遞加再起六七乘而遞加亦間位加一奇數乘第五層減餘首位七率分子三百六十七卽第二乘法第六層三減數以七率分子爲實以一自乘乘之又二三除八九乘又五乘爲第一三減再以三自乘乘之又四五除十與十一乘爲第二三減通計其乘除亦

先以各奇數自乘乘之次起二三除而遞加再起
八九乘而遞加亦問位加一奇數乘第七層減餘
首位九率分子八萬三千五百七十七卽第三乘
法第八層四減數以九率分子爲實以一自乘乘
之又二三除十與十一乘爲第一四減計其乘除
亦先用奇數自乘乘之次起二三除再起十與十
一乘而問位奇數乘法雖未見已可據前諸減而
例推也第九層減餘十一率分子六百四十七萬
九千〇十五卽第五乘法細按數根及諸減數其
迭次乘除之例橫豎不紊則自十一率以下可以
遞推而逐率自爲分子與餘弧求割綫同故先求

用數此割綫求餘弧立術之由也

割綫求半弧

術曰先求各率分子爲遞次乘法 置單一以三四遞乘之又一乘三除得四爲初并數初并數又爲末并數并二數得八爲第一乘法 置前初并五六遞乘之又三乘五除得七十二爲初并數置前末并五六遞乘之又一乘三除得四十爲次并數初并數又爲末并數并三數得一百八十四爲第二乘法 置前初并以七八遞乘之又五乘七除得二千八百八十爲初并數置前次并七八遞乘之又三乘五除得一千三百四十四爲次并數置前末并七八遞乘之又一乘三除得一千三百四十四爲三并數初并數又爲

末并數并四數得八千四百四十八爲第三乘法

置前初并以九十遞乘之又七乘九除得二十萬〇

一千六百爲初并數置前次并以九十遞乘之又五

乘七除得八萬六千四百爲次并數置前三并以九

十遞乘之又三乘五除得七萬二千五百三十六爲

三并數置前末并九十遞乘之又一乘三除得八萬

六千四百爲四并數初并數又爲末并數并五數得

六十四萬八千五百七十六爲第四乘法 凡求各

并數先用奇耦二數乘而逐次乘法遞加如第一乘

乘第二乘法次用相連兩奇數一乘一除而逐次并

用五六乘數遞降如第三乘法初并五乘七除次其初并卽爲

數遞降

并三乘五除三并一乘三除

其初并卽爲

未并乘法降一位則多一并如是遞求得各率分子
卽爲遞次乘法

乃以割綫與半徑相加爲一率又相減爲二率半徑

爲三率求得四率爲半弧切綫三率

謂以半徑爲連
比例第一率切
線爲二率 爲第一數正 次以半徑爲連比例一率

半弧切綫三率爲三率置第一數以三率乘之一率

除之得五率三四遞除之爲七率用數第一乘法乘

之爲第二數負 置七率用數以三率乘之一率除

之得七率五六遞除之爲九率用數第二乘法乘之

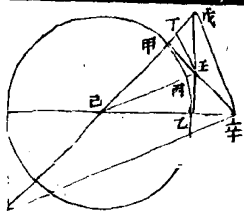
爲第三數正 置九率用數以三率乘之一率除之

得九率七八遞除之爲十一率用數第三乘法乘之

爲第四數負 置十一率用數以三率乘之一率除
之得十一率九十遞除之爲十一率用數第四乘法
乘之爲第五數正 如是遞求至單位下乃并諸正
數又并諸負數減之所得爲以半徑爲一率半弧爲
二率之三率與一率半徑相乘平方開之得半弧

解曰割線與半徑相加減之比同于半徑與半弧
切線三率之比也

如圖甲乙爲本弧甲丙爲半弧己戊爲本弧割綫
己庚同己甲爲半徑戊甲爲割綫半徑差庚甲爲
割線半徑和甲壬爲半弧切線甲丁爲半弧切線
三率凡句股形內立中股則大句與中股與小句
必爲三率建此例今丁壬己形以甲己半徑



小句甲丁爲半弧切線三率也

一率

大形大句

庚割線半徑和

二率

大形小句

甲割線半徑差

三率

小形大句

甲半徑

四率

小形小句

丁半弧切綫三率

爲大句以甲壬半弧切綫爲中股
則甲丁小句必爲半弧切綫三率
矣庚甲戊辛大句股形與已甲丁
壬小句股形爲同式故以大形之
大句庚甲爲割線半徑和比大形
之小句甲戊爲割線半徑差若小
形之大句已甲爲半徑與小形之

有切線二率可求弧背則有切線三率即可求弧背爲二率之三率其法置切線求本弧率分自乘以一率半徑除之即得切線三率求弧背三率率分但用切線求本弧分母則分子奇零必使與割綫求本弧分母相同則分子方無奇零應取切綫求本弧率分其四率以四乘其六率以三四與六乘其八率三四五六與八乘其十率三四五六七八與十乘通計乘得二率一少四率三四分之四多六率三四五六分之七十二少八率自三至八分之二千八百八十多十率自三至十分之二十萬○一千六百爲添母切線求本弧率分也

推演割線求半弧總圖

三	一乘五 三四	一乘七 三四五六	一乘九 三四五六七八	一乘十一 三四五六七八九十
	三 十	五 十	七 十	九 十
	三除 三四乘 卅	五除 三四五六乘 卅	七除 三四五六七八乘 卅	九除 三四五六七八九十乘 卅
式	三四 卅	三四 卅	三四 卅	三四 卅
母式	卅	三除 五六乘 三	五除 五六七八乘 卅	七除 五六七八九十除 卅
層六率乘法式	三四五六 卅	三四五六 卅	三四五六 卅	三四五 卅
層第三同母式	卅	卅	三除 七八乘 卅	五除 七八九十乘 卅
七層八率乘法式		三四五六七八 卅	三四五六七八 卅	三四五六七八 卅
八層第四同母式		卅	卅	三除 九十乘 卅
九層第五同母式				三四五六七八九十 卅
	卅	卅	卅	卅

法式
母式
層六率乘法式
層第三同母式
七層八率乘法式
八層第四同母式
九層第五同母式

乘

。

二層二率法式

二層第一同母式

三層四率乘

四層第二同

五

六

如圖先置添母切線求本弧率分分母爲定母然後以添母切線求本弧率分爲實以切線求本率分不添母二率一少四率三分之一多六率五分之一少八率七分之一多十率九分之一爲法乘之先置原實首位二率一徧乘乘法所得如首層一率乘三率一少一率乘五率三分之一多一率乘七率五分之一少一率乘九率七分之一多一率乘十一率九分之一爲二率乘法式其一率乘

一率 ○	二率 ○	三率 ○	四率 ○	五率 ○	六率 ○	七率 ○	八率 ○	九率 ○	十率 ○
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二

首層
次層

五率定母係三四分乘法式分母係三分
應以三除之三四乘之以同其母其一率
乘七率定母係三四五六分乘法式係五
分應以五除之三四五六乘之其一率乘
九率定母係自三至八分乘法式係七分
應以七除之自三至八乘之其一率乘十
一率定母係自三至十分乘法式係九分
應以九除之自三至十乘之通計乘除得
如次層一率乘三率一少一率乘五率三
四分之四多一率乘七率三四五六分之
七十二少一率乘九率自三至八分之二

千八百八十多一率乘十一率自三至十分之二
十萬〇一千六百為第一同母式

乘五率 一率三四 三三四	乘七率 一率三四 三三四	乘九率 一率三四 三三四	乘十一率 一率三四 三三四
除六乘 三五三〇	除六乘 三五三〇	除六乘 三五三〇	除六乘 三五三〇

次置原實次位少四率三四分之四徧
乘乘法所得如三層少一率乘五率三
四分之四多一率乘七率三四分又三
分之四少一率乘九率三四分又五分
之四多一率乘十一率三四分又七分
之四為四率乘法式其一率乘七率定
母係三四五六分乘法式係三四分又
三分應以三除之五六乘之以同其母
其一率乘九率定母係自三至八分乘

三層
四層

法式係三四分又五分應以五除之五六七八乘之其一率乘十一率定母係自三至十分乘法式係三四分又七分應以七除之自五至十乘之通計乘除得如四層少一率乘五率三四分之四多一率乘七率三四五六之四少一率乘九率自三至八分之一千三百四十四多一率乘十一率自三至十分之八萬六千四百爲第二同母式

次置原實三位六率三四五六分之七十二徧乘乘法所得如五層一率乘七率三四五六分之七十二少一率乘九率三四五六分又三分之七十二多一率乘十一率三四五六分又五分之七十

一乘十率	三 四 五 六 七 八 九 十
二乘十率	三 四 五 六 七 八
三乘十率	三 四 五 六 七 八
四乘十率	三 四 五 六 七 八
五乘十率	三 四 五 六 七 八
六乘十率	三 四 五 六 七 八
七乘十率	三 四 五 六 七 八
八乘十率	三 四 五 六 七 八
九乘十率	三 四 五 六 七 八
十乘十率	三 四 五 六 七 八

一乘九率	三 四 五 六 七 八
二乘九率	三 四 五 六 七 八
三乘九率	三 四 五 六 七 八
四乘九率	三 四 五 六 七 八
五乘九率	三 四 五 六 七 八
六乘九率	三 四 五 六 七 八
七乘九率	三 四 五 六 七 八
八乘九率	三 四 五 六 七 八
九乘九率	三 四 五 六 七 八

八十徧乘乘法所得如七層少一率乘
 九率自三至八分之二千八百八十多
 一率乘十一率自三至八分又三分之
 二千八百八十為八率乘法式其一率
 乘十一率定母係自三至十分乘法式
 係自三至八分又三分應以三除之九
 十乘之計乘除得如八層少一率乘九率自三至
 八分之二千八百八十多一率乘十一率自三至
 十分之八萬四千六百為第四同母式
 次置原實五位十率自三至十分之二十萬〇一
 千六百乘乘法得九層一率乘十一率自三至十

一乘十
率 率
三四五六七八九十
三四五六七八九十
二〇一〇〇

分之二十萬〇一千六百爲十率乘法式卽
爲第五同母式乃以諸同母式相并得一率
乘三率一少一率乘五率三四分之八多一

率乘七率三四五六分之一百八十四少一率

乘九率自三至八分之八千四百四十八多一

率乘十一率自三至十分之六十四萬八千五

百七十六爲切線求本弧率分自乘數于是以

一率半徑除之得三率一少五率三四分之八

多七率三四五六分之一百八十四少九率自

三至八分之八千四百四十八多十一率自三

至十分之六十四萬八千五百七十六爲切線

五率
三四

七率
三四五六

九率
三四五六七八

十率
三四五六七八九十

三率

三率求弧背三率之各率分數也

細審切線三率求弧背率分其分母與割綫求本
弧同是其各率除法必自三四而五六亦與割綫
求本弧同矣于是審其分子之由乃由前圖變爲
第二圖其初并數起單一五率初并三除三四乘
七率初并五除三四五六乘以較五率初并多五
除及五六乘少三除是以五六初并三乘五除又
五六乘之卽七率初并也其九率初并七除自三
至八乘以較七率初并多七除及七八乘少五除
是以七率初并五乘七除又七八乘之卽九率初
并也十一率初并九除自三至十乘以較九率初

同母式分子	三除四乘 三	五除六乘 三	七除八乘 三	九除十乘 三
同母式分子	四除五乘 三	六除七乘 三	八除九乘 三	十除十一乘 三
同母式分子		七除八乘 三	九除十乘 三	十一除十二乘 三
同母式分子			十除十一乘 三	十二除十三乘 三
同母式分子				十三除十四乘 三
同母式分子				十四除十五乘 三

并多九除及九十乘少七除是
 以九率初并七乘九除又九十
 乘之即十一率初并也其次并
 數皆根于五率次并之四亦即
 五率末并七率次并三除五六
 乘九率次并五除五六七八乘
 以較七率次并多五除及七八
 乘少三除是以七率次并三乘
 五除又七八乘之即九率次并
 也十一率次并七除自五至十
 乘以較九率次并多七除及九

除 九 乘 十 一 〇	除 七 乘 三 〇	除 五 乘 二 〇	除 三 乘 一 〇	除 一 乘 〇
除 七 乘 三 〇	除 五 乘 二 〇	除 三 乘 一 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇
除 五 乘 二 〇	除 三 乘 一 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇
除 三 乘 一 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇
除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇	除 一 乘 〇

夕七名至卷之四

單一為實一乘三除

原圖無一
乘則遞求又三四乘之為第一
初并再加三乘五除又五六乘
之為第二初并再加五乘七除
又七八乘之為第三初并再加
七乘九除又九十乘之為第四
初并通計其乘除先以相連兩

奇數二乘一除再起三四乘而遞加而第一五率
初并即五率末并并二數得八為五率分子即第
一乘法第二層次并數以五率末并為實一乘三
除又五六乘之為第一次并再加三乘五除又七

八乘之爲第二次并再加五乘七除又九十乘之
爲第三次并通計其乘除亦以相連兩奇數一乘
一除再起五六乘而遞加而第二七率初并卽七
率末并并三數卽得一百八十四爲七率分子卽
第二乘法第三層三并數以七率末并爲實一乘
三除又七八乘之爲第一三并再加三乘五除又
九十乘之爲第二三并通計其乘除亦用兩奇數
一乘一除再起七八乘而遞加而第三九率初并
卽九率末并并四數得二千八百八十爲九率分
子卽第三乘法第四層四并數以九率末并爲實
一乘三除又九十乘之爲第一四并計其乘除亦

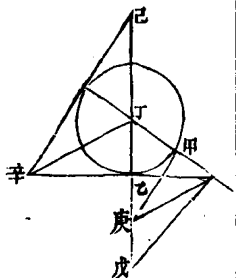
用兩奇數一乘一除而起九十乘而第四十一率
初并卽十一率末并并五數得六十四萬八千五
百七十六爲十一率分子卽第四乘法細按求各
并數其挨次乘除之例秩然不紊則自十一率以
下可類推而逐率自爲分子與割綫求本弧同故
先求用數此割綫求半弧借用切線三率立術之
由也

是術乘法其初并以下末并以上各并數恒兩兩
相對而同數如第三乘法次并同三并第四乘法
次并同四并是也故人算時均可省算茲之不省
欲顯遞求之例耳

割綫求倍弧

術曰割綫自乘冪與二之半徑自乘冪相減爲一率
割綫自乘冪爲二率半徑爲三率求得四率如割綫
冪小於二之半徑冪所得爲倍本弧割綫如割綫冪
大於二之半徑冪所得爲倍餘弧割綫於是以倍弧
割綫爲連比例一率半徑爲二率依割綫求餘弧法
求得餘弧如係倍本弧割綫則以餘弧減象限如係
倍餘弧割綫以餘弧加象限均得倍弧半之卽本弧
解曰凡半徑與割綫半徑和之比同於割綫半徑
差與本弧切線三率之比也

如圖甲乙爲本弧丁己爲半徑丁丙爲割綫乙丙



為切線乙戊為本弧切線三率
 乙庚為割綫半徑差乙己為割
 線半徑和己丁乙辛句股形與
 戊庚乙丙句股形為同式故以
 丁乙大形分句為半徑比己乙
 大形大句為割線半徑和若庚

乙小形分句為割線半徑差與戊乙小形大句為

本弧切線三率也

一率 大形分句乙丁半徑

二率 大形大句乙己割線半徑和

三率 小形分句乙庚割線半徑差

三率與半徑之和若壬子大形兩句較爲全徑

與庚巳同亦與丑壬同

與庚壬大形兩句和爲倍弧割之倍

夫切線三率與半徑相加減之比既同於全徑與
倍倍弧割綫之比則亦必同於半徑與倍弧割綫
之比矣要而論之當以割綫半徑和與割綫半徑
差相乘以半徑除之爲切線三率然後與半徑相
加減爲一二率今不用半徑除但以割綫半徑和
較相乘命爲半徑乘切綫三率如寅卯戊巳面積
與卯辰巳癸同而轉與半徑冪卯午巳丙面積相
加減爲一二率其比例亦必與切線三率與半徑
相加減同

半徑千萬爲加一千萬倍之比例

夫半徑乘切線三率

卽切綫冪也

本以半徑除切綫
冪爲切綫三率

其與半徑冪相和

卽割綫冪也其與半徑冪相較卽割綫冪減兩段
半徑冪也故以割綫冪減二之半徑冪爲一率割
綫冪爲二率也

一率

辰癸午丙面積

兩半徑冪內減割綫冪

二率

寅戊午丙面積

割綫冪

三率

子壬

卽巳

之半

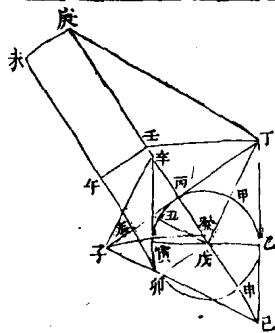
半徑

四率

庚壬之半

倍本弧割綫

又本弧在四十五度以外則本弧切綫三率與半
徑相加減之比同於半徑與倍餘弧割綫之比也
如圖丙甲爲本弧甲乙同丙丑爲餘弧丙寅爲倍



式故以庚壬大兩句較爲半徑與切綫三率之較
 比庚戌大兩句總爲切綫三率與半徑之和若已
 癸小兩句較申即丙爲全徑與已辛小兩句總爲倍
 餘弧丁丙爲本弧切綫丙
 戌爲半徑壬丙與庚未並
 同丙庚爲本弧切綫三率
 辛戌爲倍餘弧割綫戊已
 同辛丙爲倍餘弧割綫半
 徑差申已與丙癸並同庚
 壬丙戌丁大句股形與已
 癸丙辛子小句股形爲同

餘弧割線之倍夫庚壬與庚戌之比既同於己癸與己辛之比則亦同於己癸之半即丙申之半爲半徑與己辛之半爲倍餘弧割線之比矣而庚壬線與庚戌線之比又同於庚壬未午面積爲割綫昇內減二之半徑昇與庚戌未卯面積爲割綫昇之比則割綫昇內減二之半徑昇與割綫昇其比例亦必同於己癸之半即丙戌與己辛之半矣

一率 庚壬未午面積 割綫昇內減兩半徑昇

二率 庚戌未卯面積 割綫昇

三率 己癸之半即丙戌 半徑

四率 己辛之半 倍餘弧割綫

割線求弧背算式

割線求弧背雖分本弧餘弧二術而降位仍屬不易與切線求弧背同故復有求半弧求倍弧術亦借線求弧之意也茲將九十度分爲五限其自十秒至十五度則用割線求本弧之法求之其自十五度至三十度則用割綫求半弧法之其自三十度至四十五度則用割綫求倍本弧法求之其自四十五度至六十度則用割綫求倍餘弧法求之其自六十度至八十九度五十九分五十秒則用割線求餘弧法求之庶降位均無難矣

割線求本弧各率乘法表

五率

第一乘法

五

七率

第二乘法

六四

九率

第三乘法

一五六。

十一率

第四乘法

六二二三六

十三率

第五乘法

三六八。二八。

十五率

第六乘法

三四〇〇〇〇〇〇

割綫求餘弧各率乘法表

五率	第一乘法	一七
七率	第二乘法	三六七
九率	第三乘法	八三五七七
十一率	第四乘法	六四七九〇二五
十三率	第五乘法	五三三九二四二八〇〇
十五率	第六乘法	八八一九六〇〇〇〇〇〇
十七率	第七乘法	一七五八〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十九率	第八乘法	五〇六九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

割線求半弧各率乘法表

五率	第一乘法	八
七率	第二乘法	一八四
九率	第三乘法	八四四八
十一率	第四乘法	六四八五七六
十三率	第五乘法	七四九七二一六
十五率	第六乘法	一二七四六〇〇〇
十七率	第七乘法	二六四三八五六〇〇〇

乘法表中尾數不全列

凡設割綫自十秒至十五度則用割綫求本弧
法求之今將設割綫一〇三五二七六一八〇

四 求其本弧算式列於後

法以割綫內減半徑得三五二七六一八〇四爲割

綫半徑差倍之得七〇五五二三六〇八爲第一數

正 次以半徑爲一率倍差爲三率置第一數以三

率乘之一率除之得五率三除之四除之得四一四

八〇二九六八爲七率用數第一乘法五乘之得二

〇七四〇一四八爲第二數負 置七率用數以三

率乘之一率除之得七率五除之六除之得九七五

五一。九六

爲九率用數第二乘法六四乘之得六

二四三二七

爲第三數正 置九率用數以三率乘

之一率除之得九率七除之八除之得。一二二九

。一爲十一率用數第三乘法一五六〇乘之得一

九一七三爲第四數負 置十一率用數以三率乘

之一率除之得十一率九除之十除之得。〇。〇。〇。

。九六三四四爲十三率用數第四乘法六二一三

六乘之得五九九爲第五數正 置十三率用數以

三率乘之一率除之得十三率十一除之十二除之

得。〇。〇。〇。〇。〇。五。一。四。五爲十五率用數第

五乘法三六八〇二八〇乘之得。一九爲第六數

負 置十五率用數以三率乘之一率除之得十五

率十三除之十四除之得

○一九九以第六乘法三○四○○○○○乘之

得○○一爲第七數正 乃并諸正數得七○六一

四八五三五以并諸負數二○七五九三四減之

得六八五三八九一九五爲以半徑爲一率本弧爲

二率之第三率與半徑相乘平方開之得二六一七

九九三八八爲本弧弧分檢弧綫表得十五度也

一率
一○○○○○○○○○
二率
七〇五五三六〇八

七率用數
四一四八〇二九六八

八率
九七五五〇九六

九率
一〇一二二九〇一
一〇〇〇〇九六三四四

以割綫爲一率半徑爲二率二率自乘一率除之得
五〇〇〇〇〇〇〇〇。爲三率二除之三除之得八三
三三三三三三爲第二數負 又以三率自乘二率除
之得二五〇〇〇〇〇〇。爲四率於是三除第二數
以四率乘之二率除之得五率四除之五除之得三
四七二二二二二二爲七率用數第一乘法一七乘之
得五九〇二七八爲第三數負 置七率用數以四
率乘之二率除之得七率六除之七除之得二〇六
六七九八九 爲九率用數第二乘法三六七乘之得
七五八五二爲第四數負 五除九率用數以四率
乘之二率除之得九率八除之九除之得〇一四三

五二七七爲十一率用數第三乘法八三五七七乘

之得一一九九六爲第五數負置十一率用數以

四率乘之二率除之得十一率十除之十一除之得

○○○○三二六一九九爲十三率用數第四乘法

六四七九〇一五乘之得二一一三爲第六數負

七除十三率用數以四率乘之二率除之得十三率

十二除之十三除之得○○○○七四六

七九爲十五率用數第五乘法五三二九二四二八

○○乘之得三九八爲第七數負置十五率用數

以四率乘之二率除之得十五率十四除之十五除

之得○○○○八九九爲十七率

用數第六乘法八八一九六〇〇〇〇〇〇〇〇乘之
得七八爲第八數九除十七率用數以四率乘之
二率除之得十七率十六除之十七除之得〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九一爲十九率用數
第七乘法一七五八〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
乘之得一七爲第九數置十九率用數以四率乘
之二率除之得十九率十八除之十九除之得〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六六以

第八乘法五〇六九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇乘之得三爲第十數負乃并諸負數得九〇
一四〇六八以減第一正數得一九〇九八五九三

二為以半徑為二率餘弧為三率之第一率以半徑
 自乘求得數除之得五二三五九八七七六為餘弧
 弧分檢弧線表為三十度以減象限得六十度即木

一率	二〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	五〇〇〇〇〇〇〇〇
四率	二五〇〇〇〇〇〇〇

七率用數	三〇四七二
九	二〇七二
十一	一六六二二
十三	一四七九二
十五	一三三八九
十七	一二二七
十九	一〇九九
二十一	九四九
二十三	八七九
二十五	八一九
二十七	八一九
二十九	九一
三十一	六八

第一數	二〇〇〇〇〇〇〇〇
二	八三〇〇〇〇〇〇〇
三	五九〇〇〇〇〇〇〇
四	一七五〇〇〇〇〇〇
五	二一九八二七三
六	三一九九五七三
七	七九一九五三
八	八八三六
九	八八三六
十	八八三六
十一	八八三六
十二	八八三六
十三	八八三六
十四	八八三六
十五	八八三六
十六	八八三六
十七	八八三六
十八	八八三六
十九	八八三六
二十	八八三六
二十一	八八三六
二十二	八八三六
二十三	八八三六
二十四	八八三六
二十五	八八三六
二十六	八八三六
二十七	八八三六
二十八	八八三六
二十九	八八三六
三十	八八三六

率乘之一率除之得五率三除之四除之得四二九

五六四六七七爲七率用數第一乘法八乘之得三

四三六五一七四爲第二數負 置七率用數以三

率乘之一率除之得七率五除之六除之得一〇二

八〇四五二爲九率用數第二乘法一八四乘之得

一八九一六〇三爲第三數正 置九率用數以三

率乘之一率除之得九率七除之八除之得〇一三

一八〇四一爲十一率用數第三乘法八四四八乘

之得一一一三四八爲第四數負 置十一率用數

以三率乘之一率除之得十一率九除之十除之得

〇〇〇〇一〇五一四六爲十三率用數第四乘法

六四八五七六乘之得六八一九爲第五數正置

十三率用數以三率乘之一率除之得十三率十一

除之十二除之得〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五七一九爲

十五率用數第五乘法七四九七二一六〇乘之得

四二八爲第六數負置十五率用數以三率乘之

一率除之得十五率十三除之十四除之得〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二二五六爲十七率用數第六

乘法一二一七四六六〇〇〇乘之得〇二七爲

第七數正置十七率用數以三率乘之一乘除之

得十七率十五除之十六除之得〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六七五第七乘法二六四三八

○○○○○爲一率割綫昇爲二率半徑爲三率求
得四率二○○○○○爲倍本弧割綫命
爲連比例第一率半徑爲二率如割綫求餘弧術入
之依前得倍本弧之餘弧三十度以減象限得倍本
弧六十度半之得三十度卽本弧

凡設割綫自四十五度至六十度則用割綫求
倍餘弧法求之今將設割綫二○○○○○
○○○求其倍餘弧算式列於後

法以割綫自乘得四○○○○○
○○○爲割綫昇以半徑自乘倍之相減得二○○
○○○爲一率割綫

昇爲二率半徑爲三率求得四率二〇〇〇〇〇〇〇
○爲倍餘弧割綾命爲連比例第一率半徑爲二
率如割線求餘弧術入之依前求得倍餘弧之餘弧
三十度以加象限得倍本弧一百二十度半之得六
十度卽本弧

夕切密率卷之四

譚瑩玉生覆校